



TITLE:

熱および物質移動による自然対流  
現象 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造)

AUTHOR(S):

西村, 龍夫

---

CITATION:

西村, 龍夫. 熱および物質移動による自然対流現象 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造). 数理解析研究所講究録 1999, 1115: 16-28

ISSUE DATE:

1999-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/63418>

RIGHT:

## 熱および物質移動による自然対流現象

山口大学 工学部機械工学科 西村龍夫 (Tatsuo Nishimura)

## 1 はじめに

密度差による対流は自然対流あるいは自由対流と呼ばれ、自然現象や工業プロセスで多く発現し、古くから研究されている。代表的にはベナードレイリー問題が有名で現在でも非線形現象のひとつとして注目されている。最近の熱対流の動向を4年に一度開催される国際伝熱会議資料から概観すれば、基礎研究としては乱流をはじめとした現象のモデリングや自律振動や履歴現象といった非線形現象に興味が持たれている。また、応用研究としては材料製造プロセスにおける熱および物質移動による対流現象が特に数値計算によって多く検討されてきている。

以下では熱と物質の同時移動による対流について話を限定する。この種の対流は一般には二重拡散対流と呼ばれている。当初の研究は1950年代海洋物理学で始められ、温度と塩分による対流が注目された。その後、着実に研究は進歩し、1980年代の後半から凝固や結晶成長における対流が注目されるようになり、表1に示されるとおりこの分野での総説が多く執筆されている。

表1 二重拡散対流における総説

1. J.S.Turner, Ann. Rev. Fluid Mech., 6, 37 (1974)	(海洋)
2. S.Ostrach, Physico Chemical Hydrodynamics 1,233 (1980)	(凝固)
3. H.E.Huppert & J.S.Turner, J. Fluid Mech., 106,299 (1981)	(全般)
4. S.Ostrach, ASME J. Fluid Eng., 105,5 (1983)	(凝固)
5. J.S.Turner, Ann. Rev. Fluid Mech., 17,11 (1985)	(海洋)
6. W.E.Langlois, Ann. Rev. Fluid Mech., 17,191 (1985)	(結晶)
7. M.E.Gricksman, S.R.Coriell & G.B.McFadden, Ann. Rev. Fluid Mech., 18,307 (1986)	(結晶)
8. R.Viskanta, ASME J. Heat Transfer, 110,1205 (1986)	(凝固)
9. R.A.Brown, AIChEJ, 34,8881 (1988)	(結晶)
10. 柳瀬、ながれ, 7,38 (1988)	(理論)
11. 吉田、長島、ながれ, 9,93 (1990)	(海洋)
12. H.E.Huppert, J. Fluid Mech., 21,209 (1990)	(凝固)
13. C.Beckermann & R.Viskanta, Appl. Mech. Rev., 46,1 (1993)	(凝固)
14. H.J.S.Fernando & A.Brandt, Appl. Mech. Rev., 47,c1 (1994)	(全般)
15. R.W.Schmidt, Ann. Rev. Fluid Mech., 26, 255 (1994)	(海洋)

16. 長島、吉田、長坂、ながれ、16,28 (1997) (海洋)
17. M.G.Worster, Ann.Rev. Fluid Mech, 29,91 (1997) (凝固)
18. T.Nishimura, Recent Res. Dev. Chem. Eng., in press (1999) (凝固)

著者らも凝固過程における二重拡散対流の研究をここ7年ほど行い、凝固に果たす二重拡散対流の役割を明らかにしてきた。また、興味ある現象もいくつか見出した。ここでは、最近見つけた拡散界面のブルームについて述べたい。この研究はもともと凝固過程で生じる2つの対流層の融合現象に端を発したものである[1]。もちろん類似の研究は従来よりいくつかなされているが[2, 3]、拡散界面の構造を検討したものは皆無である。

## 2 実験装置および方法

実験装置の概略を図1に示す。試験容器はアスペクト比が一定 ( $A=1.25$ ) で大きさが異なる3種類のアクリル製矩形容器を使用した。内寸法は高さ、幅奥行きをそれぞれ  $H, L, W$  として図中に示している。容器側面は銅板からなり、熱交換器と接している。ここで、右側面は加熱壁、左側面は冷却壁である。装置は断熱のため発泡スチロールで覆い、さらに、 $20^{\circ}\text{C}$  に設定された恒温室に設置されている。

水溶液は凝固実験に多く用いられている  $\text{NaCl}$ ,  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  の3種類を使用し、低濃度溶液を容器半分まで満たした後、高濃度溶液を容器底部からゆっくり注入することにより階段状の濃度成層を形成させた。成層終了後、設定温度に達した高温および低温水を熱交換器に流し、実験開始とした。

表2は本実験条件を示す。ここで、操作パラメータである上下層の初期濃度差  $\Delta C$  と両側壁の温度差  $\Delta T$  と変化させ、前報の凝固実験結果[1]を考慮し上下層の界面付近のせん断流れの影響が支配的となる低い浮力比 ( $N_0 = 1$ ) の範囲で実験を行った。

界面構造の可視化には図2に示されるように下層溶液を蛍光染料であるローダミンBで着色し、アルゴンイオンレーザ ( $514\text{ nm}$ ) を照射するレーザ誘起蛍光法(LIF)を採用した。なお、従来ではシャドウグラフやホログラフィ法が用いられているが、これらの方法では後述する3次元構造の可視化は難しい。また可視化と同時に温度変動を熱電対で計測した。

## 3 実験結果

図3はある条件における上層と下層  $\text{NaCl}$  水溶液の混合過程を示す ( $\Delta T = 8^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta C = 0.2\text{ wt\%}$ ,  $H = 78\text{ mm}$ )。上段は実験結果であり下段は後述する数値シミュレーション結果である。実験と計算の一致は良好であり、混合過程は2つに大別される。すなわち、2層の界面が安定に見える擬定常過程と界面が大きく変形し、2層が融合する混合過程である。本実験では両者の境は125-130分であり、混合は170分程度で終了する。したがって、擬定常過程が律速と言え、本研究ではこの過程を検討する。

### 3-1 界面構造

図4は  $t = 60\text{ min}$  における液晶粒子をトレーサとして垂直断面 ( $x$ - $z$ ) を可視化したものである。この写真では界面は安定しているように見え、界面上部では冷却壁から加熱壁に向かってせん断流れが発達し、下部では対向流となっている。しかし、LIFで界面を可視化

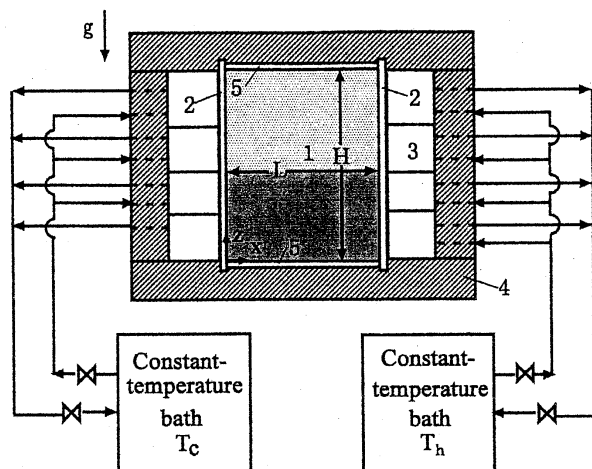


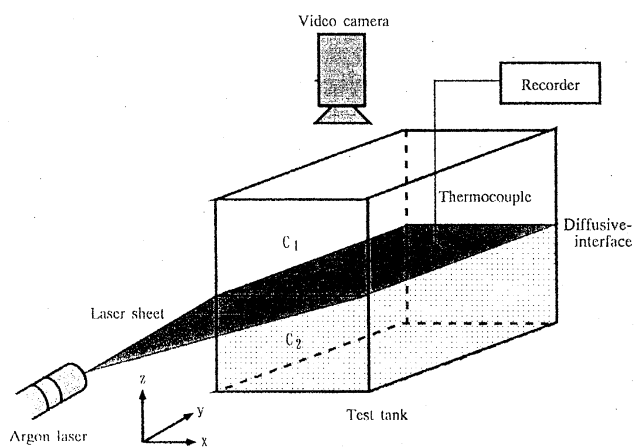
図1 実験装置の概略

1. Test section
2. Copper plate
3. Heat exchanger
4. Styrofoam insulation
5. Acrylic frame

H(mm)	L(mm)	W(mm)
78.0	62.4	170.0
114.0	91.2	170.0
150.0	120.0	170.0

表2 実験条件

Concentration difference	$\Delta C$	0.2 ~ 1.6 (wt%)
Temperature difference	$\Delta T$	6.0 ~ 30.0 (°C)
Thermal Rayleigh number	$Ra_T$	$2.0 \times 10^7 \sim 5.8 \times 10^8$
Initial buoyancy ratio	$N_i$	0.483 ~ 1.18
Prandtl number	$Pr$	6.86 ~ 7.15
Schmidt number	$Sc$	589 ~ 990

図2 LIFによる拡散界面の  
可視化と温度計測

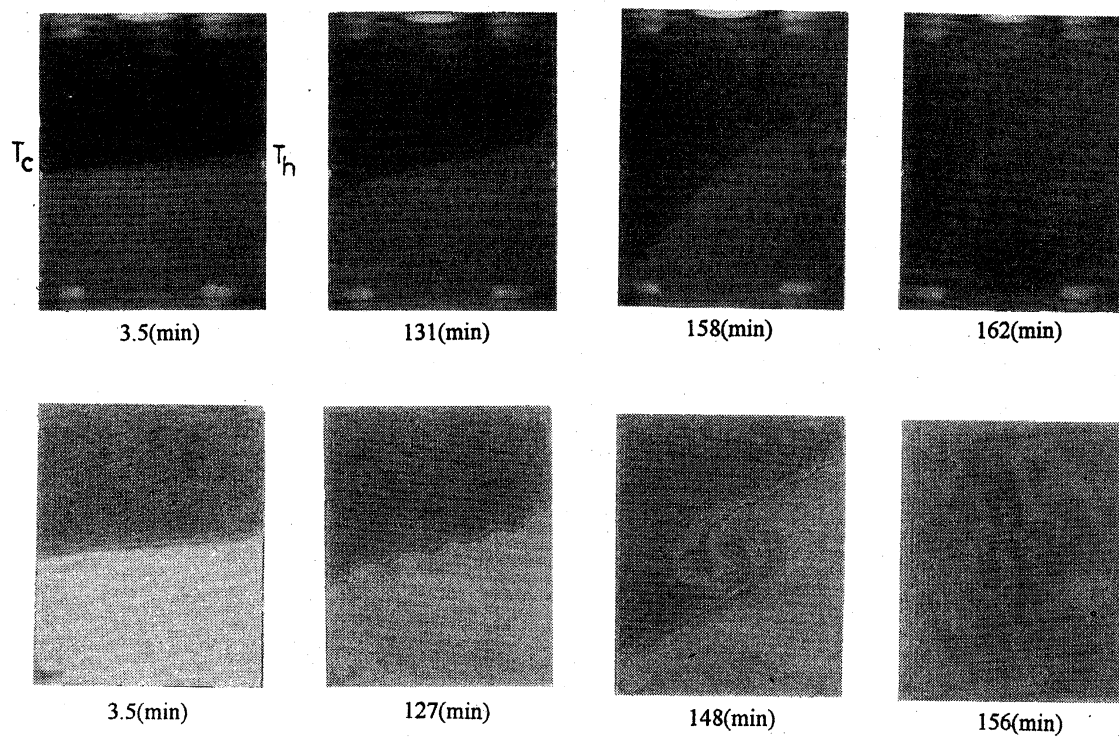


図3 上下対流層の混合過程 (上段：可視化、下段：計算)

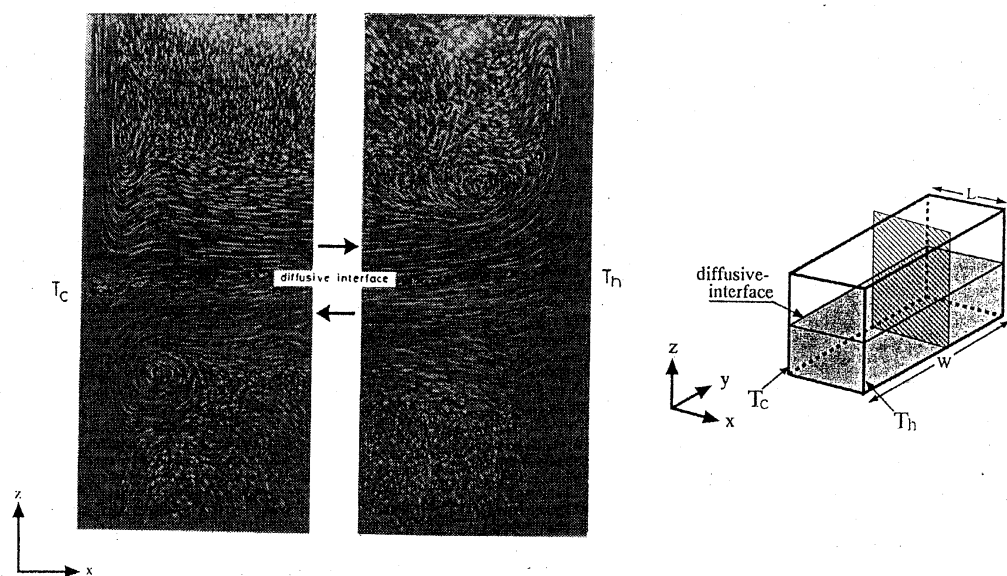


図4 垂直断面の可視化 (粒子けん濁法)

すると、図 5 (a) に示されるように上層側へ流体を吐き出すブルームが複数観察される。これらのブルームはせん断流の発達に伴い加熱壁へ移動し、そこで衝突して破壊され加熱壁に沿って上昇する。この現象は時間周期的に起こり、冷却壁に近い界面からブルームが発生していることを確認した。図 5 (b) は斜め断面(y-z) をブルームが通過する時の可視化写真を示し、ブルームはマッシュルームのような形になっており、容器の奥行き方向にある一定の間隔  $R_s$  で並んでいる。図 5 (c) はマッシュルームの根元を可視化したもので、ブルームが移動した軌跡を示す。このようなブルームは界面上部のみでなく、下部でも観察される。図 6 は界面に形成されるブルームの構造を模式化したものであり、上部と下部ではブルームの発達は逆になり、また奥行き方向の配列は上下で 180 度ずれている。このような規則的な 3 次元構造は今まで知られておらず、LIF によってはじめて明らかとなった。なお、先に述べた擬定常過程に続く混合過程ではこのような構造は観察されない。

### 3-2 ブルーム特性

上述したブルームの特性を検討するため、温度差や濃度差を変化させて実験を行った。図 7 は奥行き方向のブルーム間隔  $\lambda_z$  と側壁間温度差  $\Delta T$  との関係を示す。ブルーム間隔は初期浮力比  $Ni$  には依存せず、温度差の増加によって減少している。ブルームは移動するので、温度や濃度の変動が生じる。図 8 はブルームの経路における加熱壁近傍の界面上部のある位置で得られた温度変動を示す。可視化と併せれば、相対的に高温のブルームが測定点に接近、通過することによって温度が上昇、下降を繰り返し、正弦波状の変動を示す。なお、ブルームとブルームの間の位置では変動は観察されない。図 9 は温度変動周期  $\tau_p$  と変動幅  $\Delta T_p$  に対する側壁間温度差の影響を示す。変動周期は温度差によって減少するが、変動幅は増加している。また、両者とも初期浮力比には依存しない。なお、変動幅が位置によって異なるのは、ブルームの発達に依存していることを意味し、温度変動は加熱壁近傍で最大となると思われる。また、当然の事ながら界面下部でも相対的に低温のブルームが冷却壁側へ移動するため温度変動は観察される。このような温度変動は凝固などの相変化を伴う場合でも起こる可能性があり、重要な現象と考えられる。そこで、さらにブルームの位相速度を調査した。図 10 は界面上部のブルームの間隔  $\lambda_z$  と側壁間温度差の関係を示す。 $\lambda_p$  は  $\lambda_z$  とオーダ的には等しいが、温度差にからわず、一定である。この事はブルームが進行波のような性質を持っていると考えられ、ブルームの移動速度を  $c = \lambda_p / \tau_p$  として推算した。図 11 は移動速度と測定された速度との関係を示し、両者は良く対応している。なお、これらの速度値はせん断流の最大速度に近い。したがって、温度変動周期はブルームの発生周期に等しいことがわかる。

さらに、水溶液の種類や容器の大きさを変えてブルーム発生周期を測定した結果から図 12 に示されるように変動周期は次式のような無次元相関式で整理されることが見いだされた。

$$\tau^* = 3.0 \text{ Ra}^{-0.5}$$

ここで、 $\tau^* = \tau_p \alpha / L^2$  で定義される無次元周期であり、 $\alpha$  は温度伝導度である。

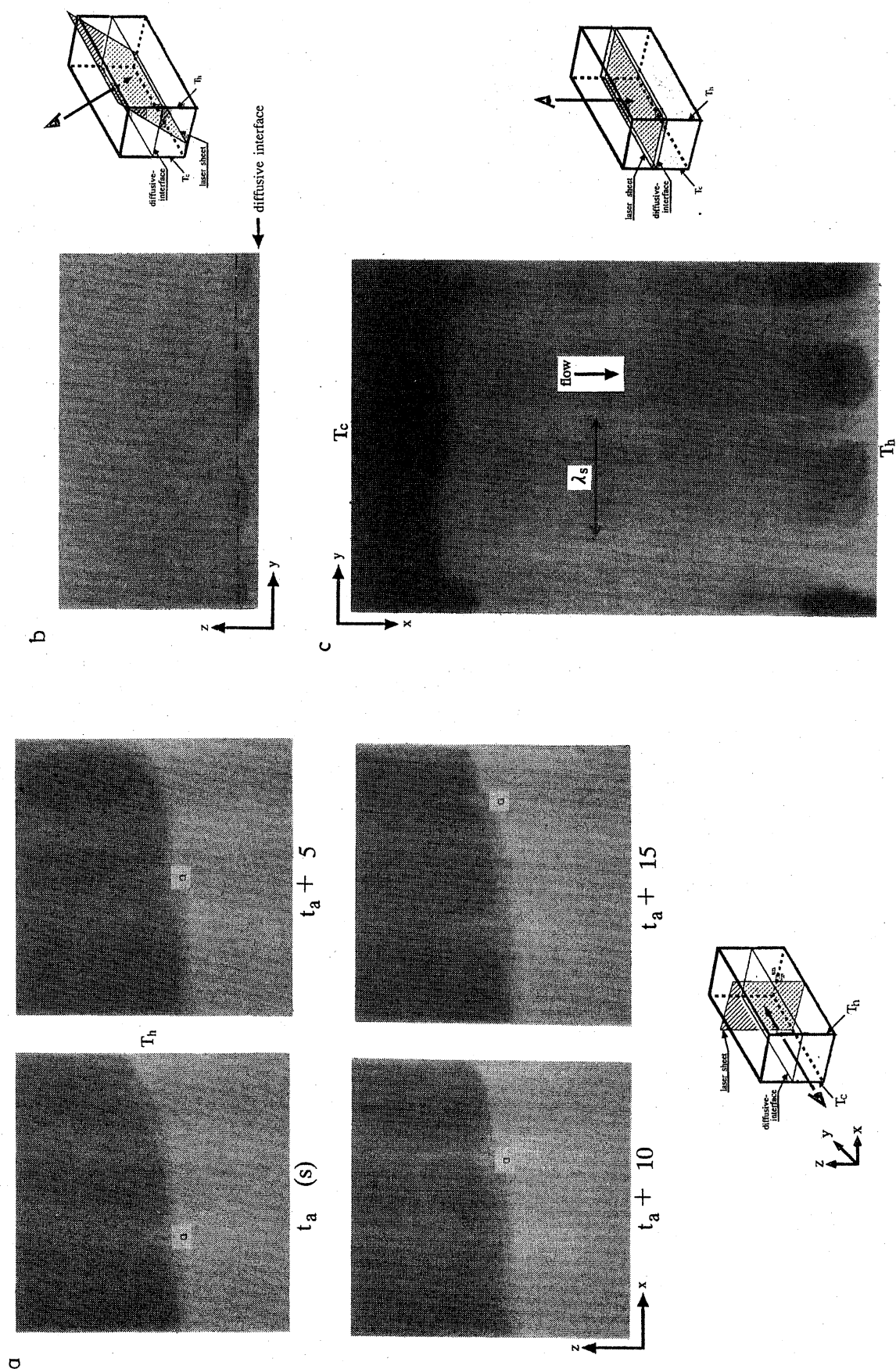


図5 プルームの3次元可視化

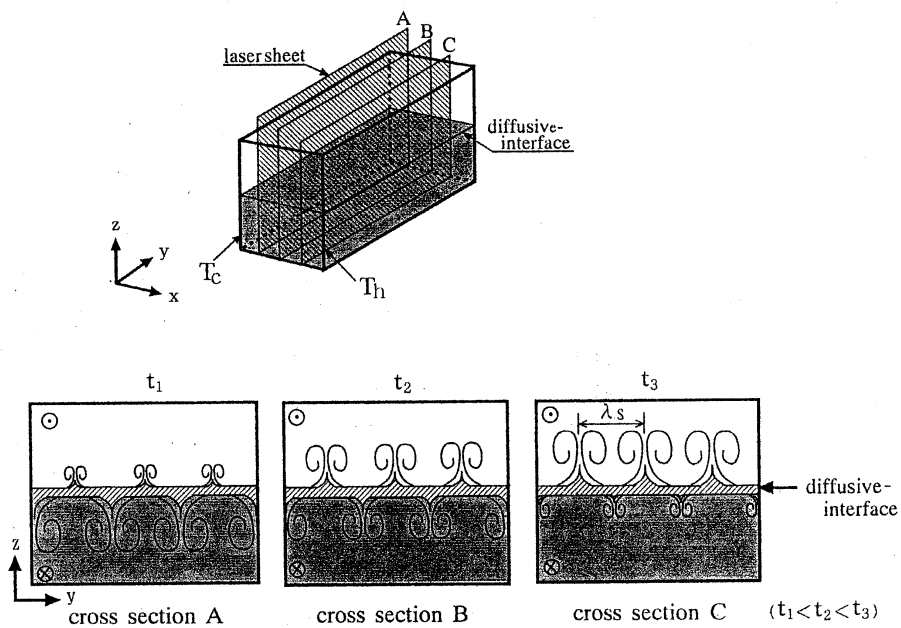


図6 ブルームの構造

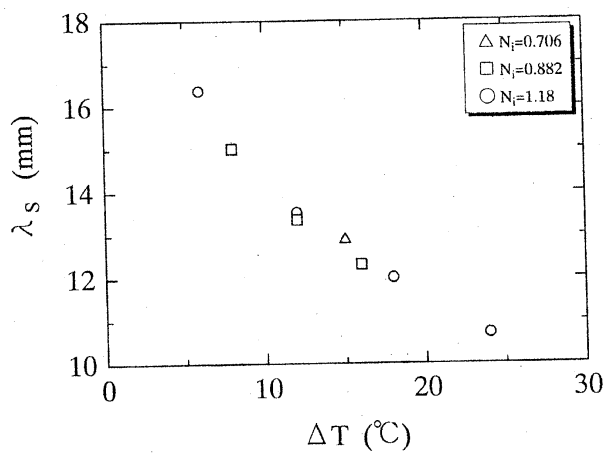


図7 y方向のブルーム間隔

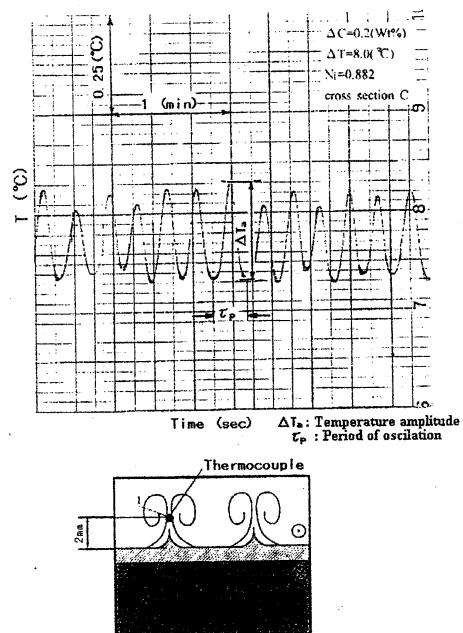


図8 温度変動



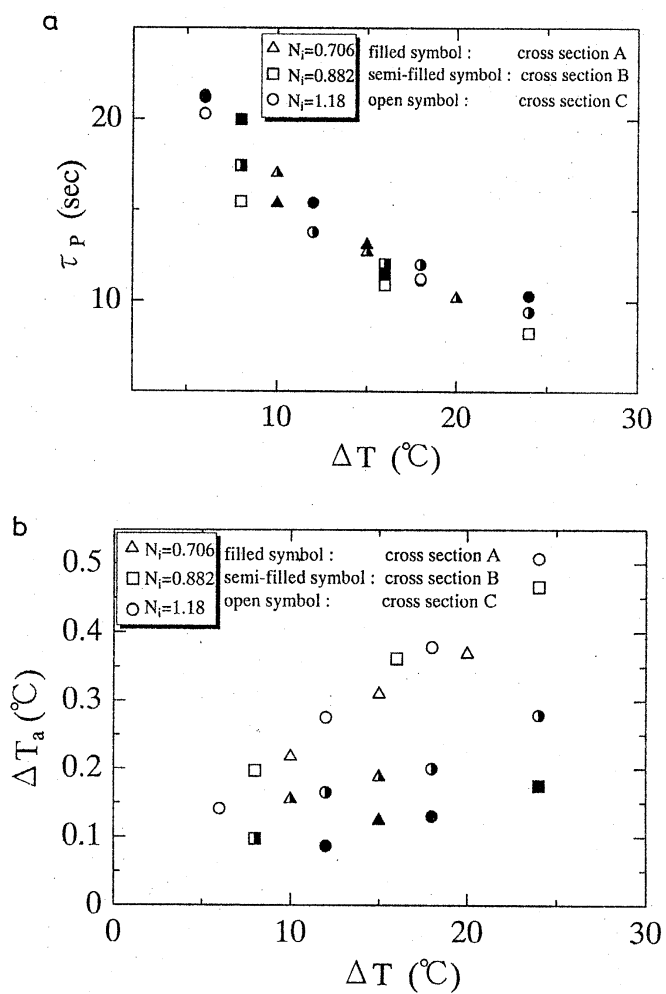


図9 温度変動周期と振幅

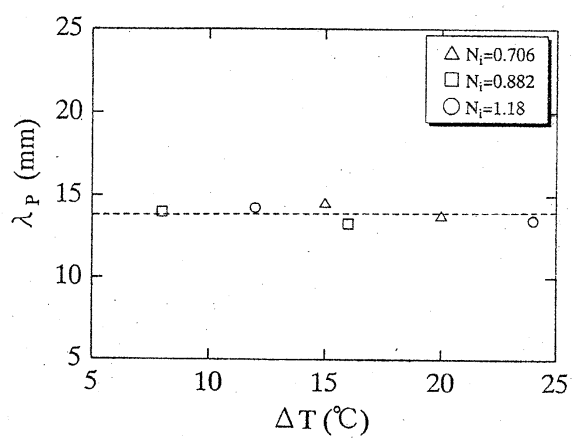


図10 x方向のブルーム間隔

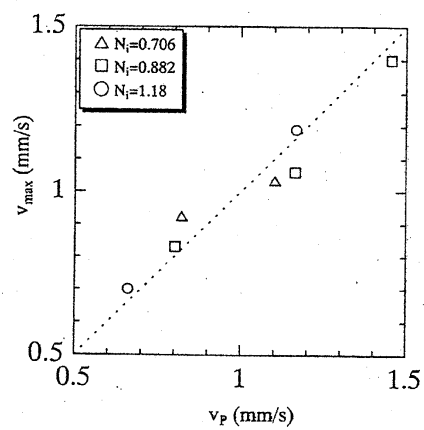


図11 ブルームの移動速度

### 3-3 考察

界面上のブルームの発生は従来全く知られていなかった現象であり、前書きで述べたようにこの研究の動機は凝固過程における融液相における対流層の融合に端を発したものであった。凝固過程における結晶成長では融液の温度や濃度変動が材料の欠陥を誘発することが多く、最近二重拡散対流の振動現象に関する数値計算が多数行われている[4, 5, 6]。しかし、本研究で対象とした系は古くから計算はいくつか行われているものの、空間的分解能が不十分であるため、このようなブルームの予測はなされておらず、また実験結果との一致も十分でない[3]。そこで、ブルーム発生のメカニズムをさぐるため、高精度の数値計算法であるスペクトル法を用いて検討した。上述したように実際の流れは3次元であるが、計算時間や必要経費から考えて3次元解析はスーパーコンピュータでも難しい。しかし、ブルームの発生は拡散型の対流に原因していると思われるので、2次元でも現象の本質を捉えることは可能と考えた。計算方法の詳細については別報[7]にゆずり、ここでは結果のみを述べる。

図13は図3に対応する実験条件での流線、温度、濃度分布の時間変化を示す。図13(b, c)より界面上にブルームが発生していることがわかる。図14は加熱壁近傍の界面上部のブルームの可視化写真と計算結果の比較を示す。両者は定性的に一致しており、ブルームは相対的に高温かつ高濃度流体から成り、熱的不安定性がブルームを誘起しており拡散型の対流であることは明らかである。なお、界面下部では低温かつ低濃度流体のブルームが存在する。図15は加熱壁のNu数の時間変化を示す。初期の過渡状態を過ぎると擬定常過程に入りNu数は大きく変化しないが、比較的周期的な変動が見られる。これは加熱壁側へ移動してきたブルームが加熱壁に衝突して、破壊されたためである。次に界面近傍の濃度および温度変動を調べた。図16は図中にマークされた3点(A'', A', A)の濃度変動を示す。時間を圧縮しているので、乱流に似た変動のように見えるが、図17に示されるように周期的である。変動は界面に近いA'点で著しいが、変動を除いた濃度変化はいずれも時間に対して線形であり、しかもその勾配は位置にかかわらず、ほぼ等しい。(図の縦軸のスケールが異なることに注意)。また、実験で測定した濃度変化[8]はこれと良好に一致した。したがって、界面を通して、擬定常的に物質移動が行われ、上下層の濃度差は時間的に減少していることがわかる。

図17は界面に近いA'点の濃度変動および温度変動を拡大してみたものである。この結果より、高温と高濃度には強い相関がみられ、これらのピークはブルームがA'点を通過したことを示し、ブルームの発生は周期的であることがわかる。なお、この周期性は図15に示されたNu数の変動と対応しており、また、図8の計測された温度変動周期とほぼ一致している(実験 18 s 数値計算 13-15 s)。したがって、計算は2次元であるにもかかわらず、定量的にも良く一致しており、予想通り、現象の本質を捉えていると言える。

しかし、いくつかの違いも存在する。たとえば、実験では温度変動はきわめて周期的であるのに対して、計算ではかならずしもそうではない。これはたぶん実験では規則的な3次元構造が維持され、2次元計算よりもより秩序的であるためと思われる。

### 4. おわりに

二重拡散対流の話題として拡散界面上に形成されるブルームの特性について述べた。

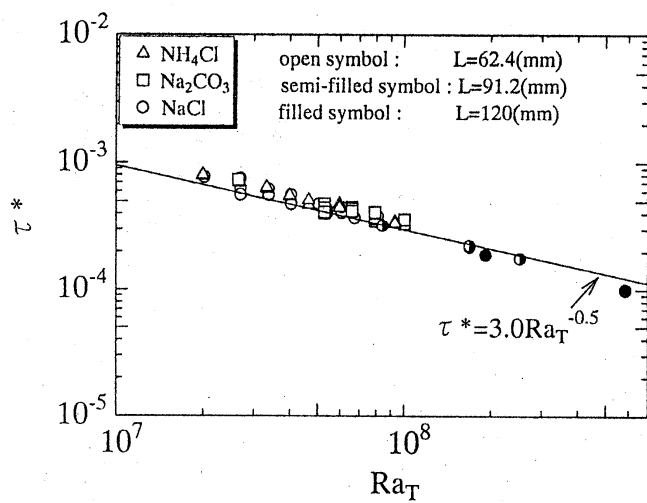


図 1 2 無次元ブルーム発生  
周期と熱レイリー数

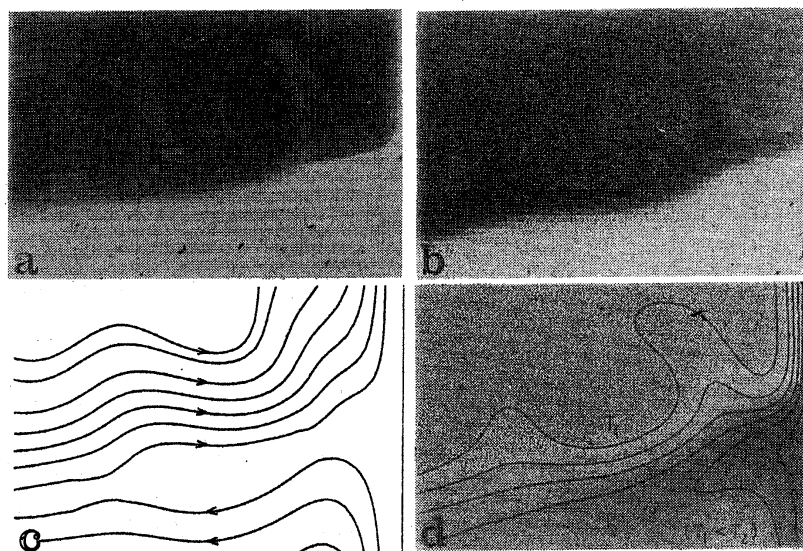


図 1 4 可視化と計算

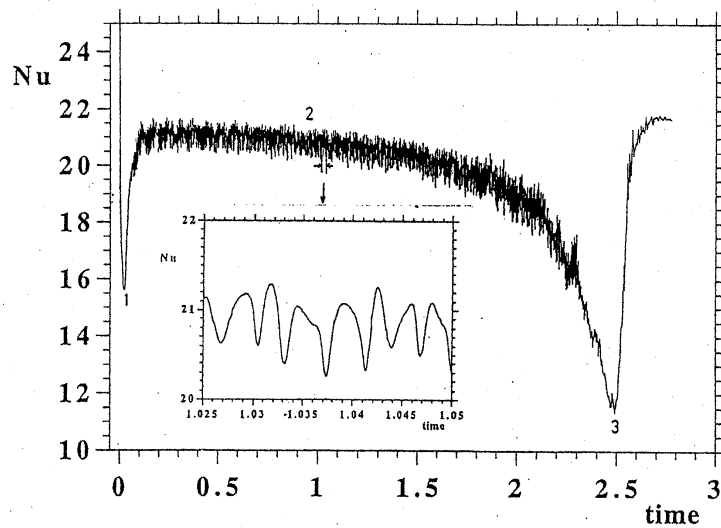


図 1 5 Nu 数の時間変化

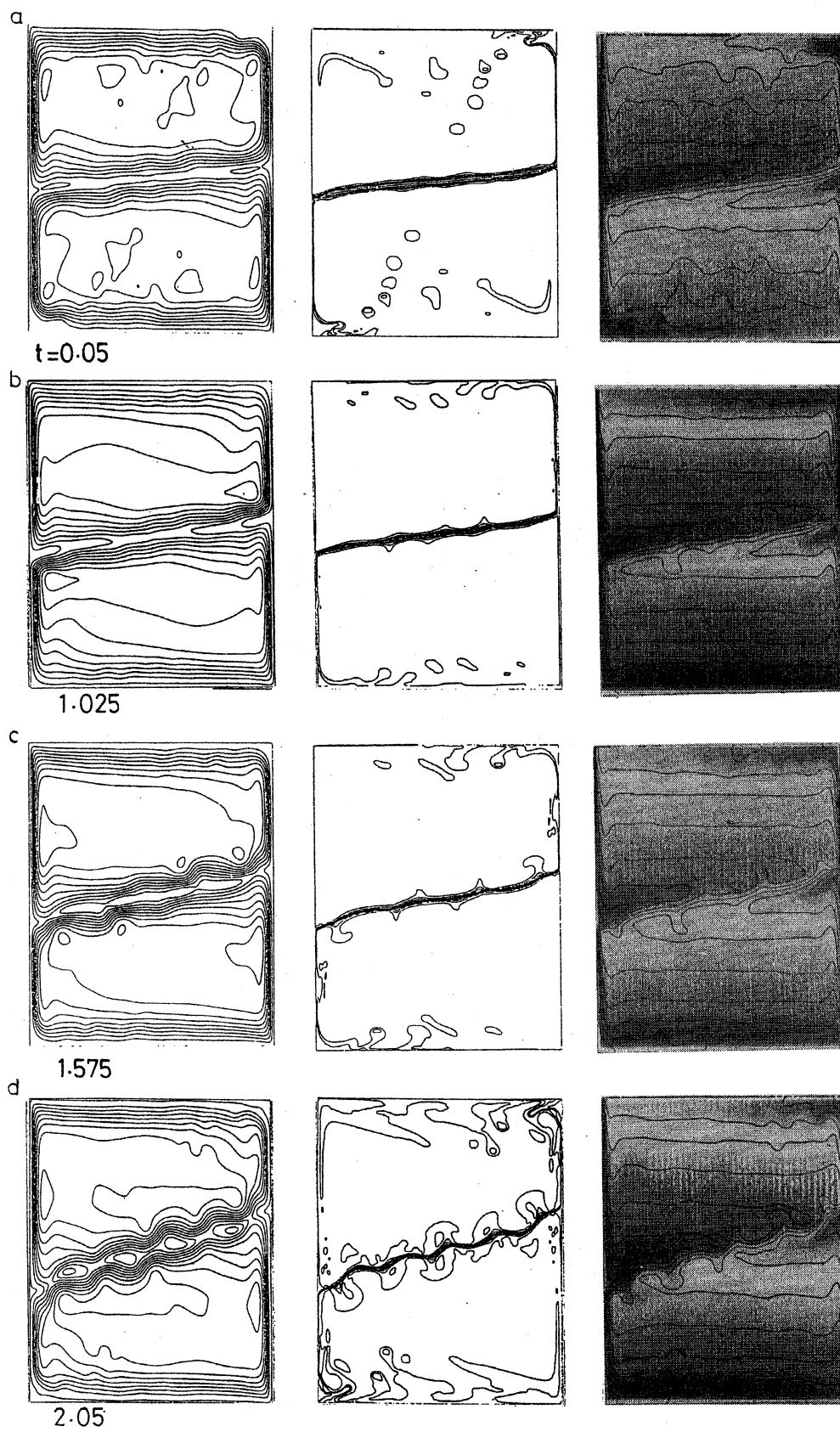


図 13 数値計算による流線、濃度、温度分布

図 1 6 各位置での濃度変動

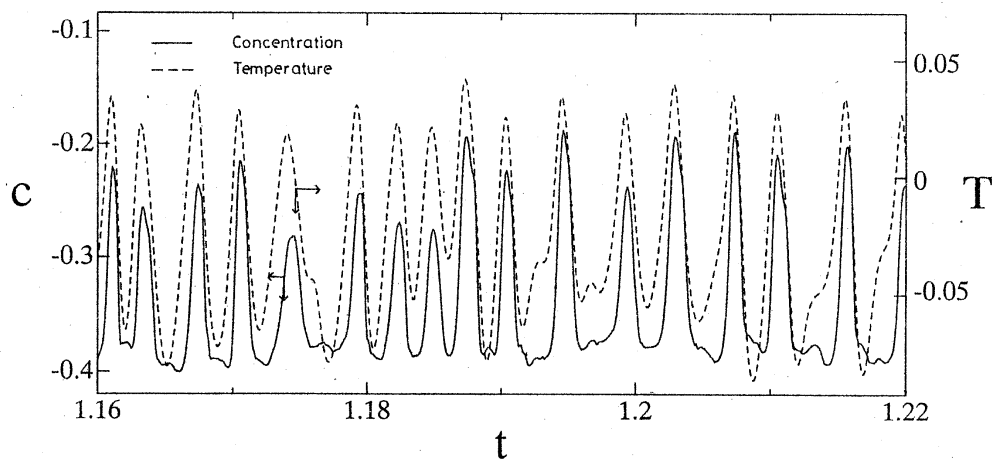
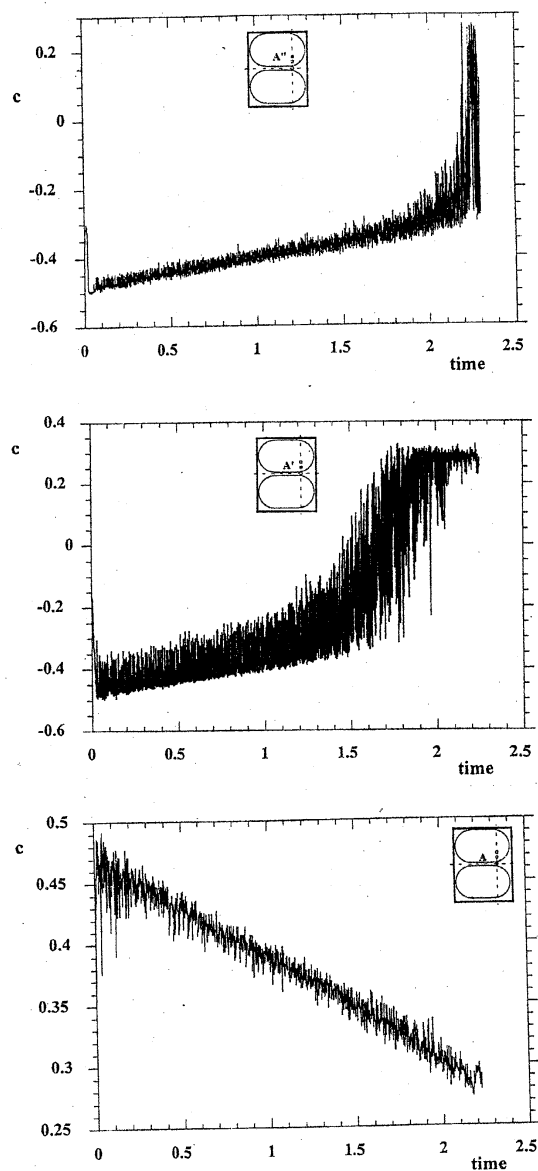


図 1 7 濃度と温度の変動

1. プルームは拡散界面を挟んで対向するせん断流中を移動し、3次元的に発達していくことが明らかとなった。
2. プルームの発生周期は熱  $Ra$  数の 0.5 乗に逆比例することを見い出した。
3. 数値シミュレーションによって、拡散型の二重拡散対流がプルームの発生原因であることを明らかにし、界面近傍の温度や濃度が変動することを示した。

今後は、凝固過程においてプルームの存在がマッシー層内の結晶成長に対してどのような影響を及ぼすかを検討する予定である。

#### 参考文献

- 1) T. Nishimura et al., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 3669-3674, 1998.
- 2) T. L. Bergman and A. Ungun, *J. Fluid Mech.*, 194, 175-186, 1988.
- 3) H. T. Hyun and T. L. Bergman, *ASME J. Heat Transfer*, 117, 334-339, 1995.
- 4) D. R. Moore et al., *Nonlinearity*, 3, 997-1024, 1990
- 5) T. Nishimura et al., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 1601-1611, 1998.
- 6) K. Ghorayeb et al., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42, 629-643, 1999.
- 7) A. M. Morega and T. Nishimura, *Tech. Rep. Yamaguchi Univ.*, 5, 259-276, 1996.
- 8) T. Nishimura et al., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42, 1479-1489, 1999.